

Berechnung der Grenzkosten mit dem Hirshleifer-Modell anhand eines Beispiels

Ausgangslage

Bei einer Unternehmung Muster AG erstellt der Bereich 1 ein Zwischenprodukt und liefert dieses dem Bereich 2 weiter. Der Bereich 2 vermarktet das Endprodukt. In der Abbildung 1 ist dieser Ablauf ersichtlich.



Abb. 1 **Lieferung der Zwischenprodukte**

Für das Zwischenprodukt existiert kein Markt. Zusätzlich gibt es auch keinen Beschäftigungsengpass im Bereich 1.

Die Produktionskosten der Bereiche betragen:

$$\text{Kosten Bereich 1: } K_1 = 25 + \frac{x^2}{2}$$

$$\text{Kosten Bereich 2: } K_2 = 5 + x$$

Die Preis-Absatz Funktion beträgt für das monopolistische Endprodukt:

$$p(x) = 19 - x$$

Aufgabe

1. Wie hoch muss der Verrechnungspreis sein, damit beide Bereiche dieselbe Menge wählen, die aus Sicht des Gesamtunternehmens optimal ist? (zentrale Lösung)
2. Wie muss der Verrechnungspreis gesetzt werden, wenn der Entscheid der optimalen Outputmenge bei den Bereichsleitenden liegt? (dezentrale Lösung)
3. Was ist das Problem, wenn eine zentrale Stelle den Verrechnungspreis bestimmt?

Quelle:

In Anlehnung an Ewert und Wagenhofer, 2008, S. 594-595

Lösung Berechnung der Grenzkosten mit dem Hirshleifer-Modell anhand eines Beispiels

1. Die zentrale Lösung wird durch die Maximierung der Gesamtgewinnfunktion G des Unternehmens ermittelt.

$$G(x) = (19 - x) \times x - 25 - \frac{x^2}{2} - 5 - x$$

Um den Grenzerlös zu ermitteln muss die Gesamtgewinnfunktion G , beim ersten Mal abgeleitet und gleich Null gesetzt werden.

$$G'(x) = 18 - 3x$$

$$3x = 18$$

$$x^* = 6 \text{ Mengeneinheiten}$$

Danach wird die optimale Menge in die Gewinnfunktion eingesetzt.

$$G(6) = (19 - 6) \times 6 - 25 - \frac{6^2}{2} - 5 - 6$$

$$G(x^*) = 24 \text{ Geldeinheiten}$$

Der maximale Gewinn beträgt 24 Geldeinheiten.

Mit der Angabe der optimalen Menge und dem maximalen Unternehmensgewinn kann die Unternehmenszentrale den Verrechnungspreis für die Divisionen festlegen. Dieses Vorgehen ist in der Tabelle 1 ersichtlich.

Tab. 1 **Optimale Mengen bei verschiedenen Verrechnungspreisen**

In Anlehnung an : Ewert und Waghofer, 2008, S. 995.

Menge x	4	5	6	7	8
Verrechnungspreis = 4 GE					
Gewinn G_1	-17	-17,5	-19	-21,5	-25
Gewinn G_2	35	40	43	44	43
Gesamtgewinn	18	22,5	24	22,5	18
Verrechnungspreis = 6 GE					
Gewinn G_1	-9	-7,5	-7	-7,5	-9
Gewinn G_2	27	30	31	30	27
Gesamtgewinn	18	22,5	24	22,5	18
Verrechnungspreis = 8 GE					
Gewinn G_1	-1	2,5	5	6,5	7
Gewinn G_2	19	20	19	16	11
Gesamtgewinn	18	22,5	24	22,5	18

Die Zentrale wird den Verrechnungspreis 6 Geldeinheiten wählen, da es für beide Bereiche einen maximalen Gewinn erwirtschaftet.

2. Bei dezentraler Entscheidung bestimmen die Bereichsleitenden selber die Outputmenge. Beide Divisionsleitenden maximieren ihre Divisionsgewinne unter Berücksichtigung des Verrechnungspreises R für die interne Lieferung.

$$G_1 = R * x - 25 - \frac{x^2}{2}$$

$$G_2 = (19 - x) * x - R * x - 5 - x$$

$$G'_1 = R - x$$

$$G'_2 = 0$$

$$R = x$$

$$G_2 = 18 - R - 2 * x$$

$$G'_2 = 0$$

$$R = 18 - 2 * x$$

Zu beachten ist, dass die optimale Menge für die einzelne Division vom Verrechnungspreis R abhängt. Beide Divisionen werden genau bei einem Verrechnungspreis R dieselbe Menge transferieren. Diese Menge wird durch den Schnittpunkt der beiden Gleichungen der für den Verrechnungspreis $R = x$ und $R = 18 - 2 * x$ bestimmt.

$$18 - 2x = x$$

$$x = 6 \text{ Mengeneinheiten}$$

Für das Gesamtunternehmen ist die erhaltene Mengeneinheit von 6 optimal. Diese Menge entspricht den Grenzkosten der Lieferdivision sowie dem Verrechnungspreis.

3. Das Problem ist, dass die einzelnen Divisionen keine Entscheidungsfreiheit mehr haben. Der Verrechnungspreis wird durch die Zentrale festgelegt. Die Bereiche produzieren nur noch die Menge, welche den Erlös ihrer Division optimiert. Aus diesem Grund können die einzelnen Bereiche nicht mehr an ihrem Erfolg gemessen werden, da dieser indirekt von der Zentrale vorgegeben wird.